



1. Équations $y' = f$

Résoudre l'équation différentielle $y' = f$, dont l'inconnue est la fonction y , revient à trouver les primitives de la fonction f .

Une fonction F définie sur I est une **primitive** de f sur I , lorsque F est dérivable sur I et que $F' = f$

Les primitives d'une fonction f sont les fonctions $F + k, k \in \mathbb{R}$

Il existe une seule primitive qui vérifie les conditions initiales $F(x_0) = y_0$

Toute fonction continue admet des primitives.

2. Primitives des fonctions de référence

Fonction	Une primitive	Sur l'intervalle
$f(x) = \lambda$ λ nombre réel	$F(x) = \lambda x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$F(x) = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$	$\mathbb{R}^{++}$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln(x)$	$\mathbb{R}^{++}$

3. Primitives de fonctions composées

Fonction	Primitive
$f + g$	$F + G$
$\lambda \times f$	$\lambda \times F$
$u' \times u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{u^n}$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$

Fonction	Primitive
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$
$u'e^u$	e^u
$u'\sin u$	$-\cos u$
$u'\cos u$	$\sin u$
$\frac{u'}{u}$	$\ln(u)$

Équations différentielles

Term

6. Équation $y' = ay + f$ $a \neq 0$
ou $y' - ay = f$, noté (E)

Appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre.

Solutions de l'équation homogène associé (E_0) $y' - ay = 0$: Ke^{ax} , avec $K \in \mathbb{R}$

+

Solution particulière de (E) : $\varphi(x)$

Les solutions sont donc $y(x) = Ke^{ax} + \varphi(x)$

5. Équation $y' = ay + b$ $a \neq 0$
ou $y' - ay = b$, noté (E)

Appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre.

Solutions : $y(x) = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $K \in \mathbb{R}$

4. Équation $y' = ay$ $a \neq 0$
ou $y' - ay = 0$, noté (E_0)

Appelée équation différentielle linéaire **homogène** du premier ordre à coefficients constants.

Solutions : $y(x) = Ke^{ax}$, avec $K \in \mathbb{R}$

Valeur de K avec les conditions initiales $y(x_0) = y_0$

Si y_1 et y_2 sont solutions de (E_0), alors $y_1 + y_2$ et ky_1 aussi.